

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II*

Programa, directrices y orientaciones en relación con las nuevas
pruebas de acceso a la universidad

Coordinadores:

JESÚS DE LA CAL AGUADO (UPV)
JOSÉ ANDRÉS SÁNCHEZ MORENO (Dpto. de Educación, GV)

*Documento elaborado en junio de 2009.

Direcciones de correo-e: jesus.delacal@ehu.es (J. de la Cal), huisbig2@ej-gv.es (J.A. Sánchez)

Índice

1	Objeto del presente documento	3
1.1	Contenidos de la asignatura	3
1.2	Prueba de acceso a la universidad	4
1.3	Criterios de evaluación	4
2	Programa de la asignatura	5
3	Estructura de la prueba y modelos de examen	7
3.1	Formato	7
3.2	Aspectos adicionales	7
3.3	Comentarios	7
3.4	Modelos de examen	8
4	Criterios de evaluación	10
5	Agradecimientos	12

1 Objeto del presente documento

Como es de todos sabido, recientemente se han promulgado nuevas normas sobre el currículo del bachillerato y las pruebas de acceso a la universidad. Tales regulaciones estarán vigentes a partir del próximo curso 2009/2010.

Este documento contiene toda la información oportuna sobre la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, para que sirva de referencia actualizada a los responsables de los centros, a los profesores y a los alumnos. En este sentido, reemplaza al documento anterior, que fue enviado a los centros hace más de diez años por los coordinadores J. de la Cal y J.M. Oñate y que ha servido de referencia hasta ahora.

Los aspectos más relevantes de la nueva situación son los siguientes.

1.1 Contenidos de la asignatura

La norma actual (Decreto 23/2009 de 3 de febrero, BOPV de 27 de febrero) agrupa los contenidos en cuatro bloques:

- Bloque 1. Contenidos comunes
- Bloque 2. Álgebra
- Bloque 3. Análisis
- Bloque 4. Estadística y probabilidad

y la única novedad consiste en que el Bloque 1 es prácticamente una refundición de los dos primeros bloques contemplados en la norma anterior. Ahora bien, como lo acertado es enseñar y desarrollar los contenidos del Bloque 1 al hilo del estudio de los temas propios de los otros tres bloques, nos ha parecido oportuno y conveniente mantener el mismo programa que se detallaba en el documento anterior. Es el que se recoge en la Sección 2.

Respecto a dicho programa, queremos reiterar las siguientes consideraciones:

- Que su finalidad es servir de referencia y guía, especialmente a aquellos profesores que carezcan de experiencia en la enseñanza de esta asignatura.
- Que el programa se limita a hacer lo que el decreto no hace, es decir, a articular sistemáticamente, en temas y epígrafes, los contenidos conceptuales de los bloques 2-4, sin hacer referencia expresa, en cambio, a cuestiones o aspectos que sí están suficientemente considerados en el decreto, como son los relativos a valores, actitudes y competencias.
- Que no debe olvidarse, sin embargo, que son estas últimas las que perfilan de hecho el enfoque con el que se deben tratar los distintos puntos: un enfoque eminentemente práctico, en el que los ejemplos, las ilustraciones, los ejercicios de aplicación y/o interpretación, y los problemas han de tener un papel preponderante. Un enfoque que, además, debe intentar aprovechar los recursos de visualización y de cálculo que proporcionan las calculadoras científicas, ciertos programas de ordenador, etc.

- Que con el fin de hacer una programación coherente y completa, algunos temas incluyen cuestiones propias de la asignatura Matemáticas Aplicadas a las CCSS I. Son aquellas (y solo aquellas) que es necesario revisar o ampliar antes de abordar la materia correspondiente al segundo curso. Por otra parte, se han encerrado entre corchetes algunos puntos que conviene enseñar a los alumnos, si se dispone del tiempo suficiente, pero que *no* serán objeto de examen en la prueba de acceso a la universidad.

1.2 Prueba de acceso a la universidad

Sin duda es en este punto donde la nueva norma reguladora principal (Real Decreto 1892/2008 de 14 de noviembre, BOE de 24 de noviembre) y la normativa adicional de la UPV introducen modificaciones más sustanciales. Sobre las características generales de la nueva prueba (estructuración en dos fases, sistema de calificación, etc.) el Director de Acceso a la Universidad, D. Julián Aguirre, está enviando o ha enviado ya sobrada información a los centros, por lo que es innecesario recogerlas aquí. Nos limitaremos, pues, a resaltar los aspectos específicos que conciernen a nuestra asignatura. Son los siguientes.

1. Nuestra asignatura es una materia de *modalidad*, por lo que el estudiante tiene que elegir (en el momento de hacer su solicitud de inscripción) una de las tres acciones siguientes, que son mutuamente excluyentes:
 - Examinarse de la misma en la fase general.
 - Examinarse de ella en la fase específica.
 - No examinarse de esta materia (ni en la fase general ni en la específica).
2. Si escoge lo primero, el ejercicio que se le presentará tendrá dos opciones, que llamaremos A y B, entre las que deberá elegir una. Cada una de las opciones consistirá en un conjunto *fijo* (es decir, sin posibles elecciones ulteriores) de 4 problemas. La calificación, cualquiera que sea (entre 0 y 10), promediará con el resto de la notas que haya obtenido en la mencionada fase.
3. Si escoge lo segundo, la prueba consistirá en responder a un único conjunto fijo de 4 problemas (de hecho, una de las dos opciones del apartado anterior que habrá sido elegida con antelación por sorteo), y su calificación solo podrá ser tenida en cuenta si es igual o superior a 5.

Respetando estas premisas, hemos procurado que el nuevo formato de examen se parezca al que se venía utilizando hasta ahora. Para más detalles, comentarios y modelos de examen, véase la Sección 3.

1.3 Criterios de evaluación

Sobre este punto, la nueva normativa no contiene mayores novedades, aparte de insistir reiteradamente en la importancia de disponer de criterios claros y razonables que faciliten una corrección objetiva y homogénea. En la Sección 5 se encuentran los correspondientes a nuestra asignatura.

2 Programa de la asignatura

ÁLGEBRA

- **Tema 1: Sistemas de ecuaciones lineales.** Ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales. Soluciones. Sistemas equivalentes. Métodos de resolución. Planteamiento de problemas lineales.
- **Tema 2: Puntos y rectas en el plano.** Coordenadas cartesianas. Rectas en el plano y ecuaciones lineales con dos incógnitas. Pendiente de una recta. Ecuación de una recta a partir de un punto y la pendiente. Significado geométrico de los sistemas lineales con dos incógnitas. Semiplanos e inecuaciones lineales con dos incógnitas. Representación gráfica de conjuntos de puntos definidos por sistemas de inecuaciones lineales.
- **Tema 3: Programación lineal (dos variables).** Problemas típicos de programación lineal: el problema de la dieta; el problema del transporte. Función objetivo y condiciones de ligadura. Resolución gráfica de problemas de programación lineal.
- **Tema 4: Matrices.** Matrices: sus tipos. Operaciones con matrices: adición, multiplicación por un escalar, multiplicación de matrices. Propiedades. Matriz unidad. Concepto de matriz inversa.
- **Tema 5: Determinantes.** Concepto de determinante de una matriz cuadrada. Determinantes de órdenes 2 y 3: regla de Sarrus. Propiedades de los determinantes. Menor complementario y adjunto de un elemento. Desarrollo por los elementos de una línea. Cálculo de la matriz inversa.
- **Tema 6: Matrices, determinantes y sistemas lineales.** Expresión matricial de un sistema. Sistemas de Cramer: resolución matricial y fórmulas de Cramer. [Rango de una matriz. Teorema de Rouché-Fröbenius. Sistemas con parámetros: clasificación y resolución.]

ANÁLISIS

- **Tema 7: Funciones y gráficas.** Funciones: expresión analítica y representación gráfica. El papel de las funciones en la descripción de fenómenos. Representación de las funciones elementales: polinómicas de grado 1 y 2, proporcionalidad inversa, exponencial, logarítmica y trigonométricas. Composición de funciones. Funciones definidas a trozos. Funciones pares e impares: simetrías. Noción intuitivo-geométrica de límite y continuidad. Tipos de discontinuidades. Interpretación de gráficas: terminología básica; ejemplos prácticos.
- **Tema 8: Derivadas y aplicaciones.** Tasa de variación media e instantánea de una función. Derivada de una función en un punto: significado geométrico. Recta tangente a una curva en uno de sus puntos. Función derivada. Derivadas sucesivas. Reglas de derivación: funciones elementales,

sumas, productos, cocientes, funciones compuestas. Relación de las derivadas con las propiedades de las funciones: crecimiento, concavidad, extremos relativos, inflexiones. Problemas de máximos y mínimos. Representación gráfica de funciones polinómicas, racionales o trascendentes sencillas, y de funciones definidas a trozos. Determinación de una función polinómica de grado 1 ó 2, cuando se conocen algunos valores de ella y/o de sus derivadas.

- **Tema 9: Integrales y aplicaciones.** Primitiva e integral indefinida de una función. Integrales inmediatas. Métodos de integración: descomposición, sustitución, integración por partes. La integral definida y su significado geométrico. Regla de Barrow. Cálculo de áreas de recintos planos.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- **Tema 10: Probabilidad.** Fenómenos aleatorios y regularidad estadística. La noción clásica de probabilidad. Problemas combinatorios. Formulación de problemas probabilísticos en términos conjuntistas: espacio muestral, sucesos, función de probabilidad. Experimentos aleatorios compuestos. Probabilidad condicional: fórmulas del producto, de la probabilidad total y de Bayes. Sucesos independientes.
- **Tema 11: Distribuciones binomial y normal.** El número de éxitos en n repeticiones de un experimento. La distribución binomial: media y desviación típica. La distribución normal estándar. Distribuciones normales: estandarización. Tablas y cálculo de probabilidades con distribuciones normales. Aproximación de la binomial a la normal. Aplicaciones.
- **Tema 12: Inferencia estadística.** El objetivo de la inferencia estadística. Poblaciones y muestras. Tipos de muestreo. El muestreo aleatorio. Distribuciones muestrales de medias y proporciones (muestras grandes, poblaciones infinitas). [El papel de la Estadística en las Ciencias Sociales. Las encuestas: aspectos teóricos, técnicos, económicos, etc.]
- **Tema 13: Intervalos de confianza.** La estimación como forma de inferencia. Intervalo de confianza para una media o una proporción. Nivel de confianza.
- **Tema 14: Contrastes de hipótesis.** Formulación de hipótesis relativas a una media o una proporción. Hipótesis simples y compuestas (unilaterales, bilaterales). Hipótesis nula y alternativa. Test, nivel de significación, región crítica. Errores de tipo I y de tipo II. [Potencia del test. Contrastes de hipótesis relativas a diferencias de medias o proporciones.]

3 Estructura de la prueba y modelos de examen

3.1 Formato

- La opción (A o B) estará compuesta por cuatro problemas, cada uno de los cuales podrá tener a su vez varios apartados.
- El primer problema será de álgebra (Temas 1-6¹), el segundo de análisis (Temas 7-9), el tercero de probabilidad (Tema 10) y el cuarto de estadística y probabilidad (Temas 11-14).
- Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.
- Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.

3.2 Aspectos adicionales

- La hoja de enunciados irá acompañada de una reproducción de la tabla de valores de la distribución normal estándar. El modelo de tabla será el mismo que se ha venido utilizando hasta ahora.
- El tiempo disponible será de 90 minutos.
- Se permitirá únicamente el uso de calculadoras científicas que no sean programables.

3.3 Comentarios

- *Grado de dificultad.* Se procurará que las dos opciones A y B tengan un grado de dificultad parecido². Los distintos ejercicios tendrán un grado de dificultad moderado (especialmente por lo que al cálculo se refiere), como corresponde a la propia naturaleza de la asignatura, y a las limitaciones explícitas e implícitas que establecen el programa arriba descrito y los objetivos curriculares. No cabe esperar por tanto sistemas de ecuaciones con más de tres incógnitas, ni funciones racionales con denominadores complicados, ni un especial énfasis en las funciones trigonométricas (menos aún en las inversas), etc. Se tomarán siempre como referencia los problemas contenidos en los libros de texto existentes en el mercado y de uso habitual en los centros. Otra referencia es la proporcionada por las pruebas de años anteriores.
- *Cruces entre bloques.* Los distintos bloques no son compartimentos estancos y puede haber cruces entre los mismos. Por ejemplo, para hallar dos parámetros de una función puede ser necesario plantear y resolver un sistema de dos

¹Las referencias son a los temas del programa detallado en la sección anterior

²Evidentemente esto es irrelevante para los alumnos que se examinen de la asignatura en la fase específica.

ecuaciones con dos incógnitas. De nuevo nos remitimos a las pruebas de años anteriores para más indicaciones sobre esta cuestión.

- *Problemas contextualizados.* Llamamos así a los problemas que no están directamente formulados en términos matemáticos, sino en términos económicos, sociológicos, o de la vida corriente. Uno de los objetivos principales de esta asignatura es el de aprender a plantear y resolver este tipo de problemas. Se procurará que al menos dos de los cuatro problemas de cada opción sean contextualizados.

3.4 Modelos de examen

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Nota: Hay que elegir la opción A o la opción B y contestar a todos los problemas de la opción elegida. Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables. Esta hoja de enunciados debe ir acompañada de una reproducción de la tabla de la distribución normal.

OPCIÓN A

- **A.1** (*hasta 3 puntos*). Un estudiante reparte propaganda publicitaria en su tiempo libre. La empresa A le paga 0,05 euros por cada impreso repartido, mientras que la empresa B le paga 0,07 euros por impreso. El estudiante lleva dos bolsas: una para los impresos de A, en la que caben 120, y otra para los de B, en la que caben 100. Por experiencia sabe también que cada día puede repartir, a lo sumo, 150 impresos. ¿Cuántos impresos debe repartir de cada clase para que su ganancia diaria sea máxima? ¿A cuánto ascendería dicha ganancia?
- **A.2** (*hasta 3 puntos*). Hallar el valor de $a > 0$ para el cual son iguales las áreas $A_1 = \int_0^a x dx$ y $A_2 = \int_0^a x^2 dx$, y representar gráficamente los recintos correspondientes a dichas áreas.
- **A.3** (*hasta 2 puntos*). Se hacen tres lanzamientos de un dado equilibrado. Si la suma de las dos primeras puntuaciones es un número par ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las tres puntuaciones sea 15?
- **A.4** (*hasta 2 puntos*). Una compañía de autobuses sabe que el retraso en la llegada sigue una ley normal de media 5 minutos, y que el 68,26% de los autobuses llega con un retraso comprendido entre los 2 y los 8 minutos. Hallar la desviación típica de la ley normal y la probabilidad de que un autobús se retrase más de 10 minutos.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Nota: Hay que elegir la opción A o la opción B y contestar a todos los problemas de la opción elegida. Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables. Esta hoja de enunciados debe ir acompañada de una reproducción de la tabla de la distribución normal.

OPCIÓN B

- **B.1** (hasta 3 puntos). Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ -6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Hallar los valores de m para los cuales tiene inversa. (b) Cuando $m = 2$, encontrar la matriz X que cumple $XA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

- **B.2** (hasta 3 puntos). Un artículo de consumo estuvo a la venta durante 8 años, y su precio $P(t)$ (en miles de euros) varió con el tiempo t (en años) que llevaba en el mercado, según la función siguiente:

$$P(t) := \begin{cases} 4t^2 + 4 & \text{si } 0 \leq t \leq 2, \\ -\frac{5}{2}t + 25 & \text{si } 2 < t \leq 8. \end{cases}$$

(a) Representar gráficamente la función. (b) Averiguar en qué momentos se alcanzaron los precios máximo y mínimo, y cuáles fueron esos precios.

- **B.3** (hasta 2 puntos). En una caja hay diez bolas, cinco de las cuales están marcadas con números positivos y las otras cinco con números negativos. Si se extraen, al azar y simultáneamente, dos bolas y se multiplican los números que aparecen en ellas ¿qué es más probable, un resultado positivo o uno negativo?
- **B.4** (hasta 2 puntos). Cierta partido político difunde en su campaña que el 60% de los electores tiene intención de votarle en las próximas elecciones, pero en una encuesta realizada a 1000 de esos electores elegidos al azar solo 540 afirmaron tal intención. ¿Es aceptable lo que dice el partido, con un 95% de confianza? ¿Y con el 99%?

4 Criterios de evaluación

SISTEMA DE PUNTUACIÓN

- La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.
- Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.
- Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.
- En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

ASPECTOS QUE MERECEAN VALORACIÓN POSITIVA

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado. Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

ASPECTOS QUE MERECEAN VALORACIÓN NEGATIVA

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.

- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

USO DE CALCULADORAS CIENTÍFICAS

- Solo se permite el uso de calculadoras que no sean programables. Si en el desarrollo de la prueba el tribunal detecta que alguna calculadora tiene memoria alfanumérica, procederá a retirar la calculadora y a dar por concluido el examen del estudiante.

5 Agradecimientos

Como ya hemos dicho, el presente documento reemplaza al que fue remitido en su día por los coordinadores J. de la Cal y J.M. Oñate, el cual fue elaborado con la inestimable colaboración de los siguientes profesores de bachillerato: D. Antón Carranza Goyenetxe (I.E.S. Txurdinaga Behekoa), D. Lucio Fernández Palazuelos (I.E.S. Romo-Aiboa), D. Fermín Porras Bocanegra (I.E.S. Saturnino de la Peña, Sestao), y D^a Macarena Sánchez-Sauthier (I.E.S. Antonio Trueba, Baracaldo). Nuestro agradecimiento a dichos profesores, así como al Inspector Oñate, quien ha cesado recientemente en sus funciones de coordinador por haber alcanzado la jubilación.